

平成31年度 入学試験 (A方式第2期) 数学解答

1.

問1 (ア) $2\sqrt{5}$ (イ) $\frac{5+\sqrt{5}-\sqrt{30}}{10}$

問2 (ウ) 6 (エ) 10

問3 (オ) $-\frac{2}{3}$ (カ) $\frac{4}{3}$

問4 (キ) $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ (ク) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

問5 (ケ) { 2, 3, 4, 8 } (コ) { 2, 3, 4, 6, 8, 9 }

2.

問1 (ア) $\pm\sqrt{3}$ (イ) $\pm i$

問2 (ウ) 3 (エ) $\frac{3}{2}$

問3 (オ) $(-1-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ (カ) $(-1+\sqrt{2}, \sqrt{2})$

問4 (キ) $\frac{2}{3}\pi$ (ク) $\frac{4}{3}\pi$

問6 (ケ) 15 (コ) 10

3. (解答例)

問1 四角形 ABED は平行四辺形であるから, $DE = AB = 7$

$BE = AD = 5$ と $BC = BE + CE$ より, $CE = BC - BE = 10 - 5 = 5$

問2 $\angle DEC = \theta$ とおくと, 余弦定理より,

$$8^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \times 7 \times 5 \times \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{1}{7} \text{ となる。}$$

これより, $\sin \theta = \frac{4\sqrt{3}}{7}$ である。

$$\text{よって, } \triangle CDE \text{ の面積} = \frac{1}{2} \times 5 \times 7 \times \frac{4\sqrt{3}}{7} = 10\sqrt{3}$$

問3 台形 ABCD の面積 $= \frac{1}{2} \times (5+10) \times 7 \times \frac{4\sqrt{3}}{7} = 30\sqrt{3}$

4. (解答例)

問 1 $f'(x) = 3x^2 - 6ax = 3x(x - 2a)$ より、極値の x 座標は $x = 0, 2a$ となる。

よって、

・ $a > 0$ のとき

極値： $x = 0$ で極大、極大値 $f(0) = 0$

$x = 2a$ で極小、極小値 $f(2a) = -4a^3$

・ $a < 0$ のとき

極値： $x = 2a$ で極大、極大値 $f(2a) = -4a^3$

$x = 0$ で極小、極小値 $f(0) = 0$

問 2 導関数 $f'(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた面積 S は、

$$\begin{aligned} S &= -\int_0^{2a} (3x^2 - 6ax) dx = -[x^3 - 3ax^2]_0^{2a} \\ &= -(8a^3 - 12a^3) = 4a^3 \end{aligned}$$

となる。また、この面積は 32 より、 $4a^3 = 32$ となる。

よって、 $a^3 = 8$ より、 $a = 2$

問 3 以下の事項が何らかのかたちで表現されていれば満点とする。

<作図上のポイント>

- ・ グラフに x 座標、 y 座標、原点 O が記されている。
- ・ グラフは、 x 軸と $x = -3$ で交わり、 $x = 0$ で接している。
- ・ 最大値と最小値がグラフに反映されている。
- ・ 滑らかな曲線が描かれている。