

平成31年度 入学試験 (A方式第2期) 数学解答

1.

問1 (ア)  $2\sqrt{5}$  (イ)  $\frac{5+\sqrt{5}-\sqrt{30}}{10}$

問2 (ウ) 6 (エ) 10

問3 (オ)  $-\frac{2}{3}$  (カ)  $\frac{4}{3}$

問4 (キ)  $-\frac{\sqrt{10}}{10}$  (ク)  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

問5 (ケ) { 2, 3, 4, 8 } (コ) { 2, 3, 4, 6, 8, 9 }

2.

問1 (ア)  $\pm\sqrt{3}$  (イ)  $\pm i$

問2 (ウ) 3 (エ)  $\frac{3}{2}$

問3 (オ)  $(-1-\sqrt{2}, \sqrt{2})$  (カ)  $(-1+\sqrt{2}, \sqrt{2})$

問4 (キ)  $\frac{2}{3}\pi$  (ク)  $\frac{4}{3}\pi$

問6 (ケ) 15 (コ) 10

3. (解答例)

問1 四角形 ABED は平行四辺形であるから,  $DE = AB = 7$

$BE = AD = 5$  と  $BC = BE + CE$  より,  $CE = BC - BE = 10 - 5 = 5$

問2  $\angle DEC = \theta$  とおくと, 余弦定理より,

$$8^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \times 7 \times 5 \times \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{1}{7} \text{ となる。}$$

これより,  $\sin \theta = \frac{4\sqrt{3}}{7}$  である。

$$\text{よって, } \triangle CDE \text{ の面積} = \frac{1}{2} \times 5 \times 7 \times \frac{4\sqrt{3}}{7} = 10\sqrt{3}$$

問3 台形 ABCD の面積  $= \frac{1}{2} \times (5+10) \times 7 \times \frac{4\sqrt{3}}{7} = 30\sqrt{3}$

4. (解答例)

問 1  $f'(x) = 3x^2 - 6ax = 3x(x - 2a)$  より、極値の  $x$  座標は  $x = 0, 2a$  となる。

よって、

•  $a > 0$  のとき

極値：  $x = 0$  で極大、極大値  $f(0) = 0$

$x = 2a$  で極小、極小値  $f(2a) = -4a^3$

•  $a < 0$  のとき

極値：  $x = 2a$  で極大、極大値  $f(2a) = -4a^3$

$x = 0$  で極小、極小値  $f(0) = 0$

問 2 導関数  $f'(x)$  のグラフと  $x$  軸で囲まれた面積  $S$  は、

$$\begin{aligned} S &= -\int_0^{2a} (3x^2 - 6ax) dx = -[x^3 - 3ax^2]_0^{2a} \\ &= -(8a^3 - 12a^3) = 4a^3 \end{aligned}$$

となる。また、この面積は 32 より、 $4a^3 = 32$  となる。

よって、 $a^3 = 8$  より、 $a = 2$

問 3 以下の事項が何らかのかたちで表現されていれば満点とする。

<作図上のポイント>

- グラフに  $x$  座標、 $y$  座標、原点  $O$  が記されている。
- グラフは、 $x$  軸と  $x = -3$  で交わり、 $x = 0$  で接している。
- 最大値と最小値がグラフに反映されている。
- 滑らかな曲線が描かれている。