平成３１年度　入学試験（Ａ方式第１期）数学解答

1.

問 1　（ア）有理数　（イ）無理数

問 2　（ウ）$x < -4,\ -1 < x$

問 3　（エ）$a^2 - 6a + 8$　（オ）-1

問 4　（カ）$\frac{1}{2}ab\sin\theta$

問 5　（キ）十分条件である　（ク）必要条件である

問 6　（ケ）65　（コ）10

2.

問 1　（ア）$\dfrac{1 \pm \sqrt{7}\,i}{2}$

問 2　（イ）$a > -\frac{7}{4}$

問 3　（ウ）$(-3, 3)$　（エ）$(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$ あるいは　$x^2 + y^2 + 6x - 6y + 9 = 0$

問 4　（オ）$\dfrac{4\sqrt{5}}{9}$　（カ）$-\dfrac{1}{9}$

問 5　（キ）x　（ク）-3

問 6　（ケ）125　（コ）10

3.　（解答例）

問 1　係数から$\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2$ なので，　$y = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x\right)$　と表し，

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \sin\alpha = \frac{1}{2}$　を満たすα を$0 \leqq \alpha < 2\pi$の範囲で求めると, $\alpha = \frac{\pi}{6}$ となる。

加法定理より，$y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$　と表せる。

問 2　角の範囲が $\frac{\pi}{6} \leqq x + \frac{\pi}{6} \leqq 2\pi + \frac{\pi}{6}$ なので，その正弦（サイン）は，$x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ のとき最大値 1 を，$x + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$ のとき最小値－1 をとる。

ゆえに，最大値 2 $\left(x = \frac{\pi}{3}\text{のとき}\right)$ ；最小値－2 $\left(x = \frac{4\pi}{3}\text{のとき}\right)$

問 3　以下の事項が何らかのかたちで表現されていれば満点とする。

＜作図上のポイント＞

・グラフの両端の y 座標は 1 である。

・グラフは，x 軸と $x=\frac{5\pi}{6}$ ，$\frac{11\pi}{6}$ のとき交わる。

・問 2 の最大値と最小値がグラフに反映されている。

・滑らかな曲線が描かれている（グラフの左端の部分を x 軸方向に 2π だけ平行移動したとき，グラフの右端の部分と滑らかにつながるように描かれていることも含む)。

4.　(解答例)

問 1　線分 AB の傾き= 1, $f'(x)=2x$ より，接点の x 座標は，$2x=1$ を解いて，$x=\frac{1}{2}$となる。

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$　であるから，接点の座標 $\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{4}\right)$ である。

接線は傾きが 1 で点 $\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{4}\right)$ を通るので，その方程式は　$y=1\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{4}$ ，

すなわち，$y=x-\frac{1}{4}$　となる。

問 2　線分 AB の方程式は，$y=\frac{4-1}{2-(-1)}(x-(-1))+1$，すなわち，$x-y+2=0$ である。

直線 AB と接点 C $\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{4}\right)$ の距離 d は，

$$\mathrm{d}=\frac{\left|\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+2\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{9}{4\sqrt{2}}$$

である。　一方，　$\mathrm{AB}=\sqrt{\left(2-(-1)\right)^2+(4-1)^2}=3\sqrt{2}$　である。よって，

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\mathrm{AB}\times\mathrm{d}=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times\frac{9}{4\sqrt{2}}=\frac{27}{8}$$

問 3　問 2 より，$S_1=\frac{27}{8}$

直線 AB の方程式は，問 2 の計算から $y=x+2$ であるから，

$$S_2=\int_{-1}^{2}(x+2-x^2)dx=\left[\frac{1}{2}x^2+2x-\frac{1}{3}x^3\right]_{-1}^{2}$$

$$=\frac{1}{2}(4-1)+2(2-(-1))-\frac{1}{3}\left(8-(-1)\right)=\frac{9}{2}$$

となる。　よって，$S_1:S_2=\frac{27}{8}:\frac{9}{2}=3:4$