

令和6年度一般選抜A個別方式(第2期)
数学「数学I・数学II」解答

1.

問1 (ア) -3 (イ) 1

問2 (ウ) $\frac{1}{2}$ (エ) $\frac{9}{4}$

問3 (オ) -8 (カ) $4+\sqrt{3}$

問4 (キ) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (ク) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

問5 (ケ) A (コ) B

2.

問1 (ア) 2 (イ) 3

問2 (ウ) $\frac{-1+\sqrt{7}i}{2}$ (エ) 5

問3 (オ) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (カ) 3

問4 (キ) -1 (ク) $\frac{11}{13}$

問5 (ケ) 6 (コ) $20, 21, 22, 23$

3. (解答例)

問1 線分PBと線分 Q_1Q の交点をHとすると、 $\triangle HBQ$ が $\angle HBQ=60^\circ$ の直角三角形であることと、 Q_1 とQの対称性より

$$QQ_1 = 2QH = 2x \sin 60^\circ = \sqrt{3}x$$

同様に、

$$QQ_2 = 2QC \sin 60^\circ = \sqrt{3}(2-x)$$

となる。

$\angle Q_1QB = \angle HQB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ であり、同様に $\angle Q_2QC = 30^\circ$ であるから

$$\angle Q_1QQ_2 = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

となる。

問2 Qを固定したときYが最小値となるのは、P、Rが直線 Q_1Q_2 上にあるときである。 $\triangle QQ_1Q_2$ に余弦定理を使うと、

$$y^2 = (Q_1Q_2)^2 = (\sqrt{3}x)^2 + \{\sqrt{3}(2-x)\}^2 - 2 \times \sqrt{3}x \times \sqrt{3}(2-x) \times \cos 120^\circ$$

$$= 3 \{x^2 + (2-x)^2 + x(2-x)\} = 3(x^2 - 2x + 4)$$

となるから, $y = \sqrt{3(x^2 - 2x + 4)}$

問3 $0 < x < 2$ のときの y の最小値を求めればよい。

$$y = \sqrt{3(x^2 - 2x + 4)} = \sqrt{3(x-1)^2 + 9}$$

よって, $x = 1$ のとき, すなわち Q が BC の中点のとき最小となり, 最小値は $\sqrt{9} = 3$ である。

4. (解答例)

問1 • $f'(x) = 3x^2 - 4x = 3x(x - \frac{4}{3})$

増減表より, $f(x)$ の極大値は $f(0) = 0$ で, 極小値は $f(\frac{4}{3}) = -\frac{32}{27}$ である。

• $g'(x) = 3x^2 - 8x + 4 = 3(x - \frac{2}{3})(x - 2)$

増減表より, $g(x)$ の極大値は $g(\frac{2}{3}) = \frac{32}{27}$ で, 極小値は $g(2) = 0$ である。

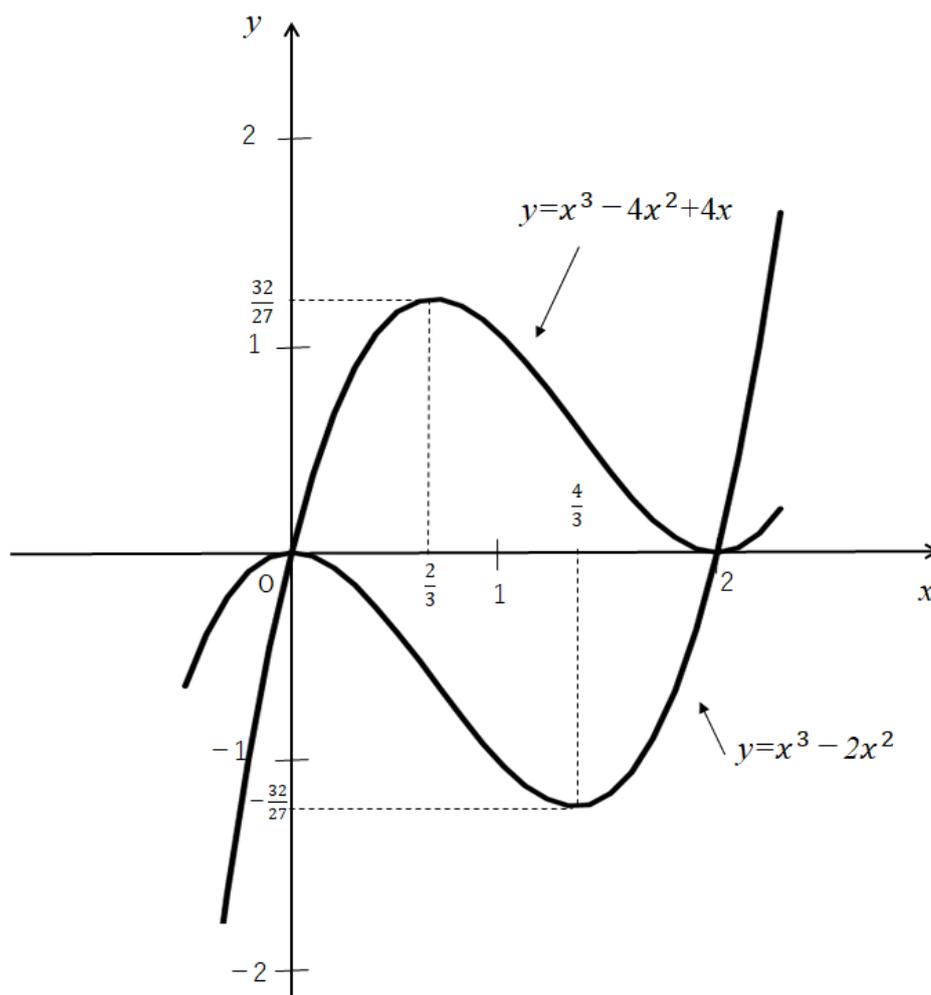
$f(x)$ の増減表

x	...	0	...	$\frac{4}{3}$...
f'	+	0	-	0	+
f	↗	極大	↘	極小	↗

$g(x)$ の増減表

x	...	$\frac{2}{3}$...	2	...
g'	+	0	-	0	+
g	↗	極大	↘	極小	↗

問 2



<作図上のポイント>

- 横軸、縦軸に x と y の表示がある。
- 目盛りの数字がある。
- 極大・極小になる点やグラフの交点の位置がわかる。
- 点の打ち間違いがない。

問 3 2つのグラフの交点は $(0, 0)$ と $(2, 0)$ であるから、2つのグラフで囲まれた部分の面積 S は

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^2 \{(x^3 - 4x^2 + 4x) - (x^3 - 2x^2)\} dx = \int_0^2 (-2x^2 + 4x) dx \\
 &= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 \right]_0^2 = -\frac{16}{3} + 8 = \frac{8}{3}
 \end{aligned}$$

となる。