

令和6年度一般選抜A個別方式(第1期)
数学「数学I・数学II」解答

1.

問1 (ア) $\sqrt{3}$ (イ) 2

問2 (ウ) $5k^2 + 4$ (エ) 2

問3 (オ) $\left(-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$ (カ) $\frac{8\sqrt{5}}{3}$

問4 (キ) $-3 < x < 2$ (ク) $x < 3$

問5 (ケ) -1.5 (コ) -2

2.

問1 (ア) $7+2\sqrt{6}$ (イ) $\frac{3}{2}$

問2 (ウ) $\sqrt{2}$ (エ) $\sqrt{2}$

問3 (オ) $x^2+y^2-4x-8y$ (カ) 点(2, 4)を中心とする半径 $2\sqrt{5}$ の円

問4 (キ) $4x^2-2x-1$ (ク) $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

問5 (ケ) 5 (コ) $2\log_{10}5$

3. (解答例)

問1 円に内接する四角形の性質(向かい合う内角の和)から,

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ \text{より,}$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \theta$$

である。

問2 $\triangle ACD$ と $\triangle ABC$ にそれぞれ余弦定理を用いて,

$$\begin{aligned} \bullet AC^2 &= AD^2 + DC^2 - 2AD \times DC \times \cos \theta = 4^2 + 5^2 - 2 \times 4 \times 5 \cos \theta \\ &= 41 - 40 \cos \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \times \cos(180^\circ - \theta) = 10^2 + 7^2 + 2 \times 10 \times 7 \cos \theta \\ &= 149 + 140 \cos \theta \end{aligned}$$

2つの式より, $149 + 140 \cos \theta = 41 - 40 \cos \theta$ から $\cos \theta = -\frac{108}{180} = -\frac{3}{5}$

となる。よって,

$$AC = \sqrt{41 - 40 \times \left(-\frac{3}{5}\right)} = \sqrt{65}$$

問3 $\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \sin \theta = 10 \sin \theta$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 7 \times 10 \times \sin(180^\circ - \theta) = 35 \sin \theta$$

となる。ここで、 $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$ より、
四角形 ABCD の面積を S とすると、

$$S = \triangle ABC + \triangle ACD = 35 \times \frac{4}{5} + 10 \times \frac{4}{5} = 28 + 8 = 36$$

4. (解答例) 配点 30 点 (問 1 : 6 点, 問 2 : 12 点, 問 3 : 12 点)

問 1 $ax^2 - \frac{b}{2}x - 2c = 0$ を解いて交点の x 座標を求める。解の公式より、

$$x = \frac{\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{b}{2}\right)^2 - 4 \times a \times (-2c)}}{2a} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 32ac}}{4a}$$

問 2 $a=1$ より、 $y = x^2 - \frac{b}{2}x - 2c = \left(x - \frac{b}{4}\right)^2 - \frac{1}{16}b^2 - 2c$ となる。

頂点が $(2, -2)$ であるから、 $\frac{b}{4} = 2$, かつ $-\frac{1}{16}b^2 - 2c = -2$

よって、 $b=8$, $c=-1$ より求める方程式は、

$$y = x^2 - 4x + 2$$

となる。

<別解>

$a=1$ と放物線の頂点座標 $(2, -2)$ より、求める方程式は、

$$y = (x-2)^2 - 2 = x^2 - 4x + 2$$

となる。

問 3 x 軸との交点は、 $x^2 - 4x + 2 = 0$ より、 $x = 2 \pm \sqrt{2}$ である。

下図の斜線部の面積 S を求めればよい。

$$\begin{aligned} S &= \int_{2-\sqrt{2}}^{2+\sqrt{2}} \{0 - (x^2 - 4x + 2)\} dx = \int_{2-\sqrt{2}}^{2+\sqrt{2}} (-x^2 + 4x - 2) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 2x \right]_{2-\sqrt{2}}^{2+\sqrt{2}} = -\frac{28\sqrt{2}}{3} + 16\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \\ &= \frac{1}{3}(-28 + 48 - 12)\sqrt{2} \\ &= \frac{8\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

