

令和5年度 一般選抜 A 個別方式 (第2期)

数 学

「数学Ⅰ・数学Ⅱ」 解答

1.

問1 (ア)  $\frac{13}{7}$  (イ) 5

問2 (ウ) 2 (エ) 4

問3 (オ)  $-\frac{3}{2}$  (カ)  $\frac{1}{8}$

問4 (キ)  $\frac{4\sqrt{2}}{7}$  (ク)  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

問5 (ケ) 12 (コ) 12.5

2.

問1 (ア)  $-\frac{2}{3}$  (イ)  $\frac{2}{3}$

問2 (ウ)  $-1$  (エ)  $\frac{1 \pm \sqrt{5}i}{6}$

問3 (オ)  $(0, -2), \left(\frac{6}{5}, -\frac{8}{5}\right)$

(カ)  $x^2 + y^2 - x + \frac{1}{3}y - \frac{10}{3} = 0$  あるいは  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{65}{18}$

問4 (キ)  $\pi$  (ク)  $6\pi$

問5 (ケ)  $0 < x < 18$  (コ) 4

3. (解答例)

問1 余弦定理を用いると,

$$PQ^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \times 3 \times 2 \times \cos 60^\circ = 13 - 6 = 7$$

$$QR^2 = 2^2 + 1^2 - 2 \times 2 \times 1 \times \cos 60^\circ = 5 - 2 = 3$$

$$RP^2 = 1^2 + 3^2 - 2 \times 1 \times 3 \times \cos 60^\circ = 10 - 3 = 7$$

であるから、 $PQ = \sqrt{7}$ 、 $QR = \sqrt{3}$ 、 $RP = \sqrt{7}$  となる。

問2  $\angle PRQ = \theta$  とおく。余弦定理より、

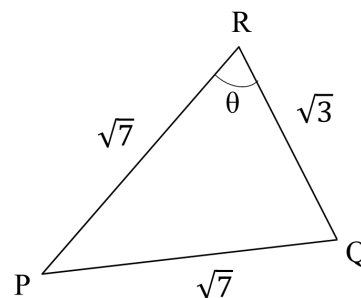
$$\cos \theta = \frac{RP^2 + QR^2 - PQ^2}{2 \cdot RP \cdot QR} = \frac{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{7})^2}{2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{3}}$$

$$= \frac{3}{2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$

よって、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  より、

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \frac{3}{2^2 \times 7}} = \sqrt{\frac{28-3}{2^2 \times 7}} = \frac{5}{2\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{14}$$

となる。



問3  $\triangle PQR$  の面積を  $S$  とすると

$$S = \frac{1}{2} RP \cdot QR \sin \theta = \frac{1}{2} \times \sqrt{7} \times \sqrt{3} \times \frac{5\sqrt{7}}{14} = \frac{5\sqrt{3}}{4}$$

となる。

4. (解答例)

問1 関数  $y = x^2 - 2ax + a^2 + b$  を平方完成する。

$$y = x^2 - 2ax + a^2 + b = (x - a)^2 + b$$

頂点の座標は  $(a, b)$  であり、これが直線  $y = -x + 1$  上にあるから、

$b = -a + 1$  となる。

問2  $b=-a+1$  として放物線と直線の交点を求める。

$$x^2 - 2ax + a^2 - a + 1 = -x + 1$$

$$x^2 + (-2a + 1)x + a(a - 1) = 0$$

$$(x - a)(x - a + 1) = 0$$

よって、交点の  $x$  座標は  $x = a$  ,  $a - 1$  となり、

求める交点の座標は、 $(a, -a + 1)$ ,  $(a - 1, -a + 2)$  となる。

問3 求める面積を  $S$  とする。積分する区間は  $a - 1 \leq x \leq a$  であり、この区間で  
は直線  $l$  は放物線  $C$  より上側にあるから、

$$\begin{aligned} S &= \int_{a-1}^a \{(-x + 1) - (x^2 - 2ax + a^2 - a + 1)\} dx \\ &= \int_{a-1}^a \{-x^2 + (2a - 1)x - a^2 + a\} dx \\ &= \left[ -\frac{1}{3}x^3 + \frac{2a-1}{2}x^2 - a(a-1)x \right]_{a-1}^a \\ &= \left( -\frac{1}{3}a^3 + \frac{(2a-1)a^2}{2} - a^2(a-1) \right) - \left( -\frac{1}{3}(a-1)^3 + \frac{(2a-1)(a-1)^2}{2} - a(a-1)^2 \right) \\ &= -\frac{1}{3}a^3 + \frac{a^2}{2} + (a-1)^2 \left( \frac{a-1}{3} - \frac{2a-1}{2} + a \right) \\ &= -\frac{1}{3}a^3 + \frac{a^2}{2} + (a^2 - 2a + 1) \left( \frac{a}{3} + \frac{1}{6} \right) \\ &= -\frac{1}{3}a^3 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{3} - \frac{a^2}{2} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

問4 以下の事項が何らかの形で表現されていれば満点とする。

<作図上のポイント>

- ・  $x$ ,  $y$ , 原点  $O$  の表示がある。
- ・ 放物線  $C$  は、頂点が点  $(1, 0)$  であり、頂点で  $x$  軸に接している。
- ・ 放物線  $C$  は、直線  $x = 1$  に関して対称である。
- ・ 放物線  $C$  と直線  $l$  をそれぞれの方程式あるいは記号で指示している。
- ・ 直線はまっすぐに、放物線は下に凸で滑らかに描かれている。

