

1.

問1 (ア) 2 (イ) -2

問2 (ウ) $\frac{5}{2}$ (エ) $-\frac{1}{2}$

問3 (オ) 1, 2, 3

問4 (カ) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (キ) $-2 + 2\sqrt{13}$

問5 (ク) 12 (ケ) 7 (コ) 20.5

2.

問1 (ア) $\frac{13}{10}$ (イ) $\frac{1}{10}$ (ウ) $\frac{13-i}{10}$

問2 (エ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

問3 (オ) $\frac{\pi}{2}$ (カ) $\frac{7}{6}\pi$

問4 (キ) -4 (ク) 3

問5 (ケ) 2 (コ) $2x + \frac{1}{2}$

3. (解答例)

問1 $\angle AOC = 2\angle ABC = 2 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ より

$$S_1 = \frac{1}{2} OA \cdot OC \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

問2 $\triangle PQR$ は $\triangle OPQ$ と合同な3つの二等辺三角形からなるから、

$$S_2 = 3 \times \left(\frac{1}{2} OP^2 \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 3 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

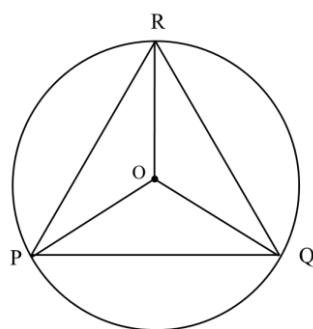
よって、

$$S_1 : S_2 = \sqrt{3} : 3\sqrt{3} = 1 : 3$$

問3 $\angle ABC = \theta$ とおくと $\angle AOC = 2\theta$ となる。 ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

$\triangle OAC$ の面積が1となることより、 $\frac{1}{2} \times 2^2 \sin 2\theta = 1$ を θ について解く。

$$\sin 2\theta = \frac{1}{2} \text{より, } \theta = \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$$



ここで、 $\angle ABC < \angle BAC$ から、 $\theta < \frac{\pi}{2} - \theta$ であり、 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ となる。

よって、 $\angle ABC = \theta = \frac{\pi}{12}$

また、弧 AC は、

$$\text{弧 AC} = \text{OA} \times \angle \text{AOC} = 2 \times 2\theta = 4 \times \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$$

4. (解答例)

問1 $f(x)=g(x)$ より、 $x^3-3x^2+2=x^3-6x^2+9x-4$ を解く。

$$3x^2-9x+6=0 \Leftrightarrow 3(x-1)(x-2)=0 \text{ より、} x=1,2$$

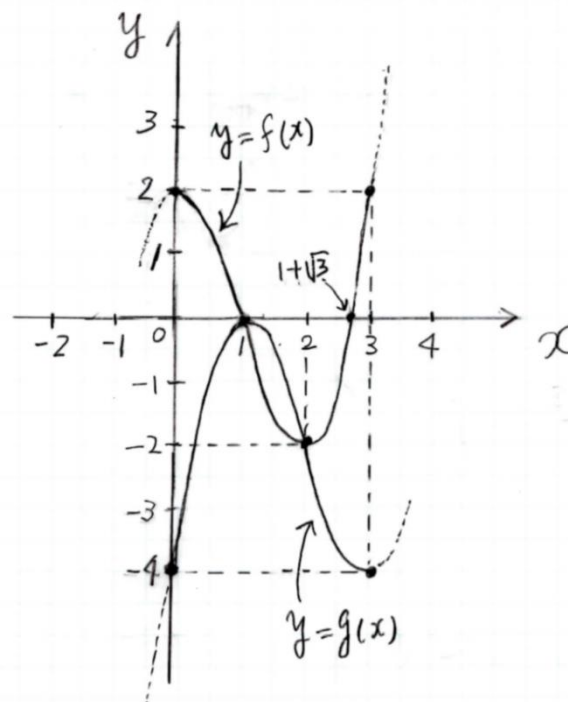
$f(1)=1-3+2=0$, $f(2)=8-12+2=-2$ より、交点の座標は $(1, 0)$, $(2, -2)$ である。

問2 以下の事項が何らかの形で表現されていれば満点とする。

<作図上のポイント>

- x 軸, y 軸, 原点 O の表示がある。
- 極大・極小となる点の座標が明示されている。
- 2つのグラフが問1で求めた交点で交わっている。
- $x=3$ の座標が明示されている。
- 滑らかな曲線が描かれている。
- 問題で提示された例にならって、区間 $0 \leq x \leq 3$ の少し外側の範囲でも、グラフが点線等で描かれている。

(作図例)



問3 $f(x)$ と $g(x)$ で囲まれた部分の面積を S とする。

$$\begin{aligned} S &= \int_1^2 \{ (x^3 - 6x^2 + 9x - 4) - (x^3 - 3x^2 + 2) \} dx \\ &= \int_1^2 (-3x^2 + 9x - 6) dx = \left[-x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 6x \right]_1^2 \\ &= (-8 + 18 - 12) - \left(-1 + \frac{9}{2} - 6 \right) \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$