令和３年度 一般選抜Ａ個別方式（第１期）
数 学
「数学Ⅰ・数学Ⅱ」解答

1.

問１ （ア）$-\frac{13}{4} < x < \frac{9}{4}$ （イ）6

問２ （ウ）3 （エ）－1

問３ （オ）0 （カ）$\frac{1}{2}$

問４ （キ）2 （ク）60°

問５ （ケ）21 （コ）21

2.

問１ （ア）$x-2$ （イ）$8x-13$

問２ （ウ） 2 （エ）$\frac{\sqrt{2}}{2}i$

問３ （オ） 4 （カ）6 （キ）10

問４ （ク）9 （ケ）$\frac{1}{3}$

問５ （コ）$\frac{55}{6}$

3. （解答例）

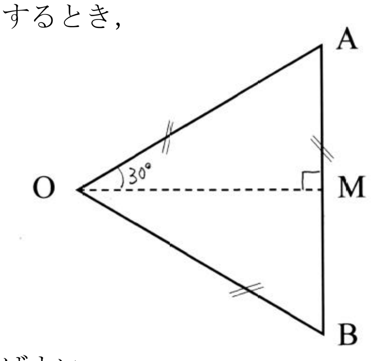
問１

正六角形は，円の中心と頂点を線分で結ぶと，6 つの合同な正三角形からなる。この正三角形の辺の長さを求めればよい。

・P では，正三角形の１辺が半径でもあるので，
「P の辺の長さ」＝2

・Q では，正三角形を OAB として，辺 AB の中点を M とするとき，
△OAM は∠AOM＝30° の直角三角形であるから，

$$
\begin{aligned}
\text{「Q の辺の長さ」} &= \mathrm{AB} = 2\mathrm{AM} \\
&= 2\,\mathrm{OM}\tan 30^\circ \\
&= 2\times 2\times\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}
\end{aligned}
$$



問２

・問１で求めた辺の長さを持つ正三角形の面積を 6 倍すればよい。
P の面積を S_P とすると，

$$S_P = 6\times\frac{1}{2}\times 2^2\sin 60^\circ = 6\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

・正六角形 Q の面積を S_Q とすると，

$$S_Q = 6\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2\sin 60^\circ = 3\times\frac{4^2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$$

問３　P，Q と円の３つの図形の面積を比較する。

$$S_P < \pi\times 2^2 < S_Q$$

$$6\sqrt{3} < 4\pi < 8\sqrt{3}$$

$$\therefore\ \frac{3}{2}\sqrt{3} < \pi < 2\sqrt{3}$$

4.　（解答例）

問１　球の中心 O から直円錐の底面に垂線 OH をおろすと，

$x\geqq 1$ のとき OH＝$x-1$ であり，$x<1$ のとき OH＝$1-x$ であるから，

OH＝$|x-1|$ となる。

底面の円上に点 P をとり，△OHP に三平方の定理を用いると，

$$r^2=OP^2-OH^2=1-|x-1|^2 = 1-(x-1)^2$$

$$\therefore\ r=\sqrt{2x-x^2}$$

また，円錐の体積は，

$$\therefore\ V=\frac{1}{3}\pi r^2 x=\frac{1}{3}\pi\left(2x-x^2\right)x=\frac{1}{3}\pi(2x^2-x^3)$$

問２　問１の V を x で微分して，極値を求める。

$$V'=\frac{1}{3}\pi(4x-3x^2)=-\pi x\left(x-\frac{4}{3}\right)$$

定義域 $0<x<2$ に注意して，V の増減表をかくと次のようになる。

x	0	…	$\frac{4}{3}$	…	2
V’		＋	0	−	
V		↗	極大	↘	

増減表より V は $x=\frac{4}{3}$ のとき最大となり，最大値 V_1 は，

$$V_1=\frac{\pi}{3}\left(2\times\left(\frac{4}{3}\right)^2-\left(\frac{4}{3}\right)^3\right)=\frac{4^2\pi}{3^3}\left(2-\frac{4}{3}\right)=\frac{4^2\times 2\pi}{3^4}=\frac{32}{81}\pi$$

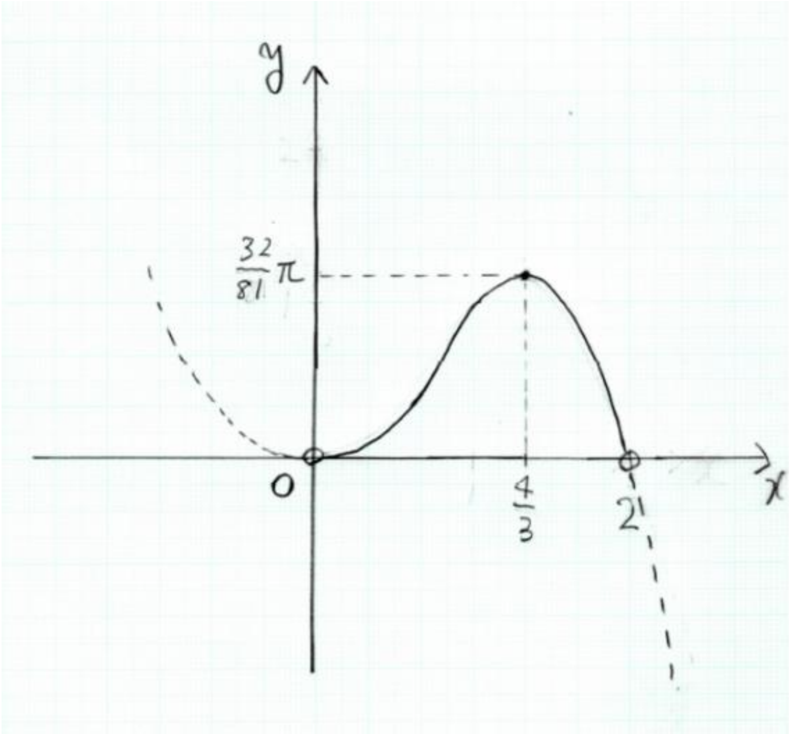
である。また，球の体積は　$V_2=\frac{4}{3}\pi\times 1^3=\frac{4}{3}\pi$　である。

$$\therefore\ V_1 : V_2 = \frac{32}{81}\pi : \frac{4}{3}\pi = 8 : 27$$

問３　以下の事項が何らかの形で表現されていれば満点とする。

＜作図上のポイント＞

- 定義域: $0<x<2$ が明記されている。
- x，y，原点 O の表示がある。
- 原点（0，0）及び座標（2，0）の点は白抜きの〇で示されていること。
- 極値の座標が明示されている。
- 滑らかな曲線が描かれて，定義域以外の範囲は破線で輪郭がわかるように描かれている。


y
32/81 π
O
4/3
2
x