

令和2年度 入学試験（A方式第1期）数学解答

1.

問1 (ア) 8 (イ) 9

問2 (ウ) 0 (エ) 13

問3 (オ)  $x$  (カ)  $-3$

問4 (キ)  $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$  (ク)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

問5 (ケ)  $(1, 2)$  (コ)  $\frac{4}{5}$

2.

問1 (ア)  $\frac{1}{2}$  (イ)  $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

問2 (ウ)  $(-\frac{3}{2}, 2)$  (エ)  $\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

問3 (オ) 2 (カ)  $\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$

問4 (キ)  $-\frac{59}{72}$

問5 (ク) 1 (ケ)  $\frac{10}{3}$  (コ)  $\frac{145}{16}$

3. (解答例)

問1

・ $x$ について

$$x \text{ の平均値} = \frac{6+3+5+7+5+4+4+1+2+2}{10} = 3.9$$

データの値を小さい順に並べると、5番目と6番目の値はともに4であるから、

$$x \text{ の中央値} = \frac{4+4}{2} = 4$$

・ $y$ について

$$y \text{ の平均値} = \frac{2+8+4+1+3+5+6+9+6+7}{10} = 5.1$$

データの値を小さい順に並べると、5番目と6番目の値はそれぞれ5と6であるから、

$$y \text{ の中央値} = \frac{5+6}{2} = 5.5$$

問2 以下の事項が何らかの形で表現されていれば満点とする。

<作図上のポイント>

・横軸、縦軸に $x$ と $y$ の表示がある。

- ・目盛りの数字がある。
- ・補助線により見やすくなっている。
- ・点の打ち間違いがない。
- ・見た目ではほぼ正確に点が打ってある。(例えば、 $x$ 座標が等しい2つの異なる点は $y$ 軸と平行な直線上に並んでいるように見える。)

問3 散布図から、負の相関があることがわかる。

4. (解答例)

問1  $C_1$ ,  $C_2$ の接点の座標をそれぞれ  $(\alpha, \alpha^2+2)$ ,  $(\beta, -\beta^2-1)$  と表すと,

$$C_1 \text{の接線} : y = 2\alpha(x - \alpha) + \alpha^2 + 2, \text{ すなわち } y = 2\alpha x - \alpha^2 + 2$$

$$C_2 \text{の接線} : y = -2\beta(x - \beta) - \beta^2 - 1, \text{ すなわち } y = -2\beta x + \beta^2 - 1$$

となる。2つの接線が一致するための条件は、係数比較により

$$2\alpha = -2\beta, \quad -\alpha^2 + 2 = \beta^2 - 1$$

これを解くと,

$$\alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}, \quad \beta = \mp \frac{\sqrt{6}}{2} \quad (\text{複合同順})$$

となる。題意より接線の傾きが正、すなわち  $2\alpha > 0$  ( $-2\beta > 0$ ) であるから、求める接線の方程式は、

$$y = \sqrt{6}x + \frac{1}{2}$$

となる。

問2 以下の事項が何らかの形で表現されていれば満点とする。

<作図上のポイント>

- ・ $x$ ,  $y$ , 原点  $O$  の表示がある。
- ・2つの放物線の頂点の $y$ 座標の表示がある。
- ・2つの接点の座標が明示されている。
- ・接線の $y$ 切片が明示されている。
- ・滑らかな曲線が描かれている。

問3

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\frac{\sqrt{6}}{2}}^0 \left\{ \sqrt{6}x + \frac{1}{2} - (-x^2 - 1) \right\} dx + \int_0^{\frac{\sqrt{6}}{2}} \left\{ x^2 + 2 - \left( \sqrt{6}x + \frac{1}{2} \right) \right\} dx \\ &= \left[ \frac{1}{3}x^3 + \frac{\sqrt{6}}{2}x^2 + \frac{3}{2}x \right]_{-\frac{\sqrt{6}}{2}}^0 + \left[ \frac{1}{3}x^3 - \frac{\sqrt{6}}{2}x^2 + \frac{3}{2}x \right]_0^{\frac{\sqrt{6}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$